

A

1. Oldjuk meg az alábbi egyenletet a komplex számok körében (itt $|z|$ a z komplex szám abszolút értékét jelöli):

$$|z|^3 + z^3 = (1 + \sqrt{2}) + i$$

2. Határozzuk meg az $x^6 - 2x^4 + x^3 - 3x^2 - 3x$ és $x^5 - x^3 - 6x$ polinomok legnagyobb közös osztóját.
3. Az $f(x) = x^6 - 2$ polinomnak adjuk meg az irreducibilis tényezőkre való szorzattá alakítását $\mathbb{Z}[x]$ -ben, $\mathbb{Q}[x]$ -ben, $\mathbb{R}[x]$ -ben és $\mathbb{C}[x]$ -ben.
4. Adjuk meg a $\gamma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 6 & 4 & 5 & 2 & 8 & 1 & 7 & 10 & 3 & 9 \end{pmatrix}$ permutáció előjelét. Adjuk meg γ -nak transzpozíciók szorzataként való előállítását.
5. Adjuk meg az $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 9 & 3 & 2 & 1 & 7 & 4 & 5 & 10 & 6 & 8 \end{pmatrix}$ permutáció előjelét. Adjuk meg α -nak három hosszúságú ciklikus permutációk szorzataként való előállítását.
6. Igaz-e, hogy tetszőleges $\alpha, \beta \in S_{10}$ permutációk esetén az $\alpha \circ \beta \circ \alpha \circ \beta$ és a $\beta \circ \alpha \circ \beta \circ \alpha$ szorzat permutációk típusa azonos?

B

1. Oldjuk meg az alábbi egyenletet a komplex számok körében (itt $\bar{z}$ a z komplex szám konjugáltját jelöli):

$$(2 - 3i)z^3 + (5 + 2i)(\bar{z})^3 = 2 + 2i$$

2. Határozzuk meg a $\mathbb{Q}[x]$ -beli $x^7 + x$ és $x^9 - x$ polinomok legnagyobb közös osztóját.
3. Adjuk meg az $x^5 - 4$ polinom irreducibilis tényezőkre való felbontását a $\mathbb{C}[x]$ -beli az $\mathbb{R}[x]$ -beli és végül a $\mathbb{Q}[x]$ -beli polinomok körében.
4. Adjuk meg a $\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 6 & 4 & 5 & 1 & 8 & 2 & 7 & 10 & 3 & 9 \end{pmatrix}$ permutáció előjelét. Adjuk meg β -nak transzpozíciók szorzataként való előállítását.
5. Ha egy S_{10} -beli π permutáció tipusa $(2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$, akkor igazoljuk, hogy π megkapható két három hosszúságú ciklikus permutáció szorzataként.
6. Adjunk meg S_{12} -ben egy 6^4 elemű részcsoportot.